

**Visualisasi: Satu Anjakan Dalam Teknik Penyelesaian
Masalah Matematik KBSR**

oleh

Samsudin Drahman

SMK Baru Kuching, Sarawak
samdrahman@yahoo.com

Fatimah Saleh

Pusat Pengajian Ilmu Pendidikan
Universiti Sains Malaysia, Pulau Pinang
sfatimah@usm.my

ABSTRAK

Masalah matematik berayat (word problems) merupakan komponen penting dalam kurikulum matematik KBSR. Bagaimanapun, kebanyakan murid belum berupaya menguasai kemahiran ini sedangkan mereka berupaya melaksanakan operasi asas matematik. Satu strategi atau teknik yang sesuai perlu dikenalpasti bagi membantu murid menangani kesukaran dalam menyelesaikan masalah matematik berayat. Penyelesaian masalah matematik berayat bukan setakat mencari jawapan akhir tetapi membabitkan kefahaman dan penguasaan strategi yang lebih kompleks. Kertas kerja ini akan membincangkan sebahagian daripada dapatan satu kajian tentang sejauhmana murid Tahun Lima membuat visualisasi dalam memilih strategi penyelesaian masalah matematik berayat. Maklumat kajian diperolehi melalui temu duga klinikal sebagai teknik utama dan analisis kualitatif dilaksanakan. Lima bentuk gambaran dikenalpasti dalam proses visualisasi murid: imej, komponen soalan, situasi masalah, matlamat dan konteks soalan. Visualisasi yang dilakukan oleh murid didapati telah memudah dan mempercepatkan tugas mereka mendapatkan penyelesaian. Dalam konteks ini, kata-kata A Picture is Worth a Thousand Words memang tepat sekali. Dapatan menunjukkan murid menggunakan strategi yang berbeza seperti menggambarkan secara mental, melukis gambar/gambar rajah atau membina perlambangan untuk mewakili gambaran mereka. Turut dibincangkan adalah implikasi kajian ini terhadap proses pengajaran dan pembelajaran matematik serta cadangan untuk pembangunan kurikulum matematik.

Pengenalan

Masalah matematik berayat sememangnya merupakan komponen penting dalam kurikulum matematik KBSR. Ini jelas tergambar dalam komponen soalan matematik Ujian Pencapaian Sekolah Rendah (UPSR) 2001, yang terdiri daripada 70% soalan berbentuk masalah berayat (Lembaga Peperiksaan Kementerian Pendidikan Malaysia [LPKPM],

2001). Kajian menunjukkan murid sekolah rendah belum berupaya menyelesaikan masalah matematik berayat walaupun mereka menguasai kemahiran menjalankan operasi secara *prosedural* (Mokhtar *et al.*, 2001; Third International Mathematics and Science Study [TIMSS], 1999; Fatimah, 1999; Hassan, 1998; Mohd. Daud *et al.*, 1997). Fenomena ini nampaknya secocok dengan kajian di luar negara seperti Verschaffel *et al.* (1999), Bransford *et al.* (1996), dan Hegarty *et al.* (1995) yang mendapati masalah matematik berayat menimbulkan banyak kesukaran dan kesilapan di kalangan murid peringkat awal persekolahan.

Penyelesaian masalah matematik berayat bukan setakat mencari jawapan akhir tetapi membabitkan kefahaman dan penguasaan strategi yang lebih kompleks seperti memahami maksud soalan, menghubungkan maklumat dengan operasi, menjalankan operasi yang telah dikenalpasti dan mendapatkan penyelesaian yang dikehendaki. Pandangan ini selaras dengan penjelasan Mayer (1985, 1987) yang mengusulkan empat peringkat yang harus dilalui oleh seseorang individu semasa penyelesaian masalah iaitu (1) menterjemahkan masalah, (2) mengintegrasikan masalah, (3) merancang dan mencari strategi, dan (4) melaksanakan penyelesaian.

Dalam menjelaskan tentang teknik penyelesaian masalah matematik, murid cenderung menyelesaikan masalah matematik menggunakan teknik menghafal prosedur dan operasi matematik, menggunakan angka-angka dan istilah yang menjadi kata kunci (Mohd Uzi, 1999; Hassan, 1998; dan Jemaah Nazir Sekolah Persekutuan [JNSP], 1993). Selain itu, murid melaksanakan penyelesaian tanpa memahami dengan sempurna maksud keseluruhan sesuatu masalah semasa menyelesaikan masalah matematik berayat (Bransford *et al.*, 1996; dan Hegarty, 1995).

Tidak dinafikan bahawa teknik menghafal prosedur dan operasi dapat menghasilkan penyelesaian yang betul bagi masalah matematik yang rutin. Dalam penyelesaian masalah matematik, murid tidak harus dikongkong oleh satu teknik penyelesaian yang biasa disampaikan oleh guru sahaja. Teknik lain yang sesuai perlu digalakkan, lebih-lebih lagi yang bersesuaian dengan peringkat perkembangan kognitif murid, pengalaman dan persekitaran pembelajaran yang dilalui oleh murid.

Teori perkembangan kognitif Piaget (1952) menyatakan bahawa perkembangan kognitif kanak-kanak adalah berbeza dan berubah melalui empat peringkat mengikut umur iaitu sensori-motor (sehingga umur 2 tahun), pra operasi (2 – 7 tahun), operasi konkrit (7 – 11 tahun) dan operasi formal (12 tahun hingga dewasa). Yang jelas, murid sekolah rendah berada pada peringkat operasi konkrit. Murid pada peringkat operasi konkrit berupaya untuk berfikir secara logik tetapi masih terbatas kepada sesuatu yang bersifat nyata. Sehubungan itu, aktiviti pembelajaran pada peringkat operasi konkrit masih bergantung kepada objek-objek maujud dan menggunakan “hand-on material”. Oleh itu, murid di peringkat ini memerlukan bahan sokongan yang bersifat konkrit dan boleh diolah dalam usaha mengukuhkan kefahaman konsep matematik.

Dalam memahami sesuatu konsep matematik, murid perlukan pengalaman yang berbeza seperti pengalaman enaktif, ikonik dan simbolik (Lim, S.; Fatimah, S.; Munirah, G; 2003). Pada peringkat pengalaman ikonik, kanak-kanak sudah boleh menggunakan minda

untuk memikirkan sesuatu dan membina gambaran mental tentang objek atau situasi yang terlintas dalam minda mereka. Murid sekolah rendah lebih mudah memahami sesuatu konsep matematik melalui penggunaan objek konkrit dan lakaran. Saranan ini selaras dengan pendapat Dienes (1973) yang menyatakan bahawa konsep matematik menjadi lebih mudah difahami jika konsep itu dipersembahkan kepada murid dengan menggunakan contoh yang konkrit. Sehubungan itu, Dienes mengusulkan lima peringkat persekitaran dalam pengajaran dan pembelajaran matematik iaitu permainan bebas, memerhati ciri (generalisasi), perwakilan diagramatik (representasi), perwakilan simbolik (simbolisasi), dan formalisasi. Dalam persekitaran perwakilan diagramatik (representasi) murid dibimbing untuk menggunakan objek-objek konkrit dalam aktiviti pembelajaran matematik. Imej dan gambar atau rajah seharusnya digunakan untuk mewakili konsep matematik. Dalam peringkat persekitaran perwakilan simbolik, kanak-kanak haruslah dibimbing supaya menggunakan bahasa dan simbol matematik.

Visualisasi Dalam Penyelesaian Masalah Matematik

Visualisasi merupakan satu teknik berguna dalam menyelesaikan masalah matematik (Horgan, 1993; Barwise & Etchemendy, 1991; Theadgill-Sowder & Sowder, 1982; dan Moses, 1982). Penyelidik seperti Nemirovsky & Noble (1997) dan Campell *et al.* (1995) menyokong pandangan bahawa visualisasi berguna dalam proses penyelesaian masalah matematik. Pandangan ini nampaknya secocok dengan pendapat Moses (1982) yang menyatakan bahawa visualisasi berguna pada setiap peringkat penyelesaian masalah matematik.

Menurut Moses, pada peringkat memahami masalah, murid boleh memahami masalah dengan lebih baik apabila mereka dapat menghasilkan imej visual yang mewakili situasi dalam masalah matematik. Visualisasi boleh membantu murid dalam menyatakan semula maksud soalan dengan menggunakan perkataan mereka sendiri. Visualisasi juga membantu murid mewakili dan membina model konkrit bagi situasi yang dinyatakan dalam masalah matematik berayat. Pada peringkat merancang strategi dan melaksanakan penyelesaian, seseorang individu mungkin perlu untuk memfokus kepada gambar/gambar rajah atau lakaran. Dengan memfokus kepada perwakilan diagramatik atau simbolik yang mewakili maklumat yang diberi dalam masalah matematik memudah tugas seseorang individu merancang strategi penyelesaian.

Visualisasi adalah tindakan seseorang individu dengan menghubungkan konstruk dalaman dengan perkara yang boleh didapati melalui kepekaan. Hasil yang terbina daripada visualisasi terdiri daripada sebarang imej visual sesuatu objek atau situasi yang diterima oleh individu (Zazkis et al., 1996). Selain itu, visualisasi merupakan proses mental seseorang individu apabila individu itu menggambarkan objek atau situasi (Bishop, 1989).

Proses visualisasi menyediakan murid dengan pelbagai teknik penyelesaian melalui penambahan imej visual kepada masalah matematik (Elliott & Hudson, 1999; Nemirovsky & Noble, 1997; Moses, 1982). Teknik penyelesaian secara visualisasi membabitkan seseorang individu menggambarkan secara mental proses atau situasi dalam soalan. Hasil yang terbina daripada visualisasi mungkin terdiri daripada sebarang imej visual sesuatu

objek/proses/situasi yang digambarkan oleh individu. Selain itu, teknik penyelesaian masalah matematik secara visualisasi membabitkan penggunaan imej visual yang wujud sama ada dalam bentuk gambar atau tanpa gambar sebagai sebahagian daripada teknik penyelesaian (Presmeg, 1986).

Gambaran imej visual yang wujud dalam bentuk gambar/gambar rajah, lakaran dan jadual boleh membantu individu dalam usaha memahami masalah matematik yang bakal diselesaikan (Essen & Hamaker, 1990; Larkin & Simon, 1987; De Corte, Verschaffel, & De Win, 1985; dan Schoenfeld, 1985). Manakala, Nik Azis (1996) dan Wheatley (1991) berpendapat bahawa strategi melukis gambar rajah yang sesuai dan membuat penaakulan yang betul merupakan dua kemahiran penting dalam proses penyelesaian masalah matematik. Sebaliknya, gambaran imej visual juga boleh wujud sebagai gambaran secara mental sahaja.

Tujuan dan Rekabentuk Kajian

Satu kajian telah dijalankan yang bertujuan untuk mengenal pasti sejauhmana murid membuat gambaran visual, apakah bentuk gambaran yang timbul, dan bagaimana murid mewakili gambaran mereka semasa menyelesaikan masalah matematik berayat. Kajian ini melibatkan 188 murid Tahun Lima berprestasi baik dan sederhana di dua buah sekolah rendah di Pulau Pinang. Mereka telah menduduki satu ujian diagnostik yang mengandungi 10 item, setiap item terdiri daripada 3 aras yang mewalili 3 fasa penyelesaian yang berlainan. Setiap murid telah ditemu duga secara individu untuk mendapatkan maklumat terperinci tentang bagaimana mereka menyelesaikan masalah matematik yang diberi. Murid diminta melukis atau melakar sesuatu untuk menjelaskan lagi gambaran yang timbul dalam minda mereka. Pengkaji juga membuat catatan tentang perlakuan subjek semasa mereka mencari penyelesaian. Pengkaji membuat pemerhatian dan meminta penjelasan daripada subjek tentang perlakuan mereka. Pemerhatian yang dibuat adalah memfokus kepada perkara seperti berikut:

- i. Adakah murid membuat gambaran visual, melukis gambar/gambar rajah semasa atau selepas membaca soalan?
- ii. Apakah gambaran yang dilukis oleh subjek?
- iii. Apakah jenis maklumat yang dikaitkan dengan imej visual?
- iv. Bagaimana murid menggunakan rajah atau gambar yang dilukis dalam memilih operasi dan memahami maksud soalan.
- v. Adakah murid melakukan kesilapan semasa melaksanakan operasi penyelesaian?

Transkripsi temu duga, catatan pengkaji, langkah pengiraan yang ditunjukkan oleh subjek dan lakaran yang mereka buat menyumbang maklumat tentang proses visualisasi, gambaran imej visual mereka semasa menyelesaikan soalan matematik berayat. Maklumat yang diperolehi telah dianalisis secara pembinaan protokol dan berikut adalah rumusan dan perbincangan tentang dapatan kajian.

1) Proses visualisasi

Dalam penyelesaian masalah matematik, menggambarkan situasi masalah merupakan langkah berguna yang diamalkan oleh murid. Gambaran yang timbul dalam minda murid dikategorikan sebagai imej, komponen soalan, situasi masalah, matlamat dan konteks soalan adalah proses visualisasi murid semasa mereka menyelesaikan masalah matematik berayat.

a) Imej

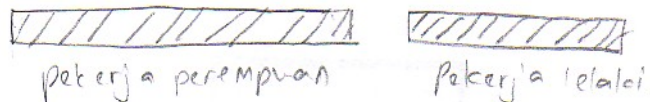
Objek dan maklumat bernombor dikenalpasti terlintas dalam pemikiran murid semasa mereka menyelesaikan soalan matematik berayat. Murid menjelaskan bahawa mereka menggambarkan objek yang terkandung dalam soalan. Murid menggambarkan objek seperti “kilang, pekerja, kotak, jam, orang menjual radio dan kamera, dan almari”. Selain itu, murid juga menggambarkan nombor-nombor dalam soalan. Misalnya, murid menggambarkan “angka-angka seperti 7.3 kg, RM450, 2.1 m dan 3.45 petang”. Proses visualisasi murid juga meliputi hubungan antara nombor-nombor yang digambarkan. Contohnya, murid menggambarkan perkaitan antara maklumat tentang bilangan pekerja lelaki dan perempuan seperti “bilangan pekerja perempuan 536 dan bilangan pekerja lelaki kurang daripada bilangan pekerja perempuan”. Petikan 1 dan petikan 2 menggambarkan perlakuan murid.

Petikan 1

- P: Gambarkan sesuatu yang boleh membantu awak menyelesaikan soalan tiga?
S: (Diam seketika). Nampak sebuah kilang, pekerja lelaki dan pekerja perempuan
P: Ada apa lagi yang awak nampak?
S: Ya... pekerja lelaki sedikit

Petikan 2

- P: Jelaskan sesuatu yang awak gambarkan?
S: (Diam dan merenung sesuatu). Nampak bilangan pekerja perempuan lima ratus tiga puluh enam
P: Apa lagi yang awak gambarkan?
S: Na... bilangan pekerja lelaki
P: Lukiskan gambaran awak?
S: (lakaran subjek)



- P: Bentuk apa awak lukis tu?
S: Segiempat
P: Segiempat itu untuk mewakili apa?
S: Bilangan pekerja perempuan dan bilangan pekerja lelaki

- P: Mengapa segiempat untuk mewakili bilangan pekerja lelaki kecil daripada segiempat untuk mewakili bilangan pekerja perempuan?
S: Kerana bilangan pekerja lelaki kurang daripada bilangan pekerja perempuan

Murid menjelaskan bahawa gambaran yang timbul telah sedikit sebanyak membantu mereka dalam beberapa cara, misalnya;

- 1) membantu dalam mengenal pasti perkaitan antara maklumat-maklumat tentang objek atau nombor yang digambarkan,
- 2) mencepatkan tugas mengenal pasti keperluan soalan, dan
- 3) memudah tugas memahami maksud soalan.

Sebagai contoh, murid tidak memahami ayat “bilangan pekerja lelaki adalah 263 orang kurang daripada bilangan pekerja perempuan” semasa menjawab soalan aras 1 bagi soalan 3. Selepas membuat visualisasi murid berjaya memahami maksud soalan 3. Hasilnya, murid berjaya mengenal pasti langkah pengiraan yang bakal dilaksanakan untuk mencari bilangan pekerja lelaki. Perlakuan ini menunjukkan bahawa gambaran yang merangkumi hubungan antara maklumat telah membantu murid mengenal pasti maklumat yang perlu untuk mendapatkan penyelesaian.

b) Komponen soalan

Soalan matematik berayat terdiri daripada komponen seperti maklumat yang diberi dan keperluan soalan. Murid menjelaskan bahawa sesuatu yang digambarkan semasa mereka menyelesaikan soalan matematik berayat ialah komponen soalan. Murid menggambarkan sebahagian daripada komponen soalan seperti maklumat-maklumat yang diberi dalam soalan. Gambaran ini telah menjadikan masalah matematik berayat lebih jelas maksudnya kepada murid dan lebih mudah difahami. Kajian Glendon *et al.* (1990) juga mendapati hubungan antara komponen-komponen yang terkandung dalam masalah matematik berayat merupakan salah satu faktor yang menimbulkan kesukaran semasa murid menyelesaikan masalah matematik berayat. Petikan 3 menunjukkan perlakuan ini.

Petikan 3

- P: Jelaskan apa yang awak gambarkan?
S: Nampak... jam yang menunjukkan waktu
P: Apa lagi yang awak gambarkan?
S: Na... jam yang menunjukkan waktu lima belas minit sebelum pukul empat petang

c) Situasi

Kebiasaannya soalan matematik berayat dikemukakan dalam situasi tertentu. Terdapat murid yang menggambarkan situasi masalah seperti “murid menggambarkan peristiwa yang berlaku ke atas tali,”. Gambaran yang terdiri daripada situasi dalam soalan telah membantu murid mengenal pasti langkah pengiraan yang bakal dilaksanakan untuk mendapatkan jawapan akhir. Kajian ini nampaknya menyokong kajian Hegarty *et al.* (1992) yang mendapati individu menterjemahkan masalah kepada model minda bagi situasi yang dinyatakan dalam masalah matematik berayat. Petikan 4 menggambarkan perlakuan murid.

Petikan 4

- P: Gambarkan sesuatu yang boleh membantu awak menyelesaikan soalan sepuluh?
S: Ada nampak ... tali panjang dua perpuluhan satu meter
P: Apa lagi yang awak gambarkan?
S: Tu ... tali dibahagikan tujuh bahagian yang sama panjang dan Shima mempunyai dua bahagian

d) Matlamat soalan

Dalam menjelaskan sesuatu yang digambarkan oleh murid semasa mereka menyelesaikan masalah matematik berayat, matlamat soalan terlintas dalam pemikiran mereka. Misalnya, murid menggambarkan matlamat soalan seperti “mencari jumlah harga” semasa menyelesaikan soalan matematik. Hasilnya, murid telah berjaya mengenal pasti keperluan soalan. Perlakuan ini menunjukkan bahawa kewujudan gambaran tersebut telah menyedarkan subjek tentang keperluan dan kehendak soalan. Sebagai contoh, Petikan 5 menggambarkan perlakuan murid.

Petikan 5

- P: Gambarkan sesuatu yang boleh membantu awak menyelesaikan soalan satu?
S: Na... empat ratus lima puluh dan harga sebuah radio
P: Apa lagi yang awak gambarkan?
S: Ingat nak cari jumlah harga

e) Konteks soalan

Soalan-soalan matematik berayat biasanya dikemukakan dalam konteks tertentu. Bagi sebilangan murid, konteks seperti “harga untuk beberapa buah buku” merupakan sesuatu yang terlintas dalam minda mereka. Contohnya, murid menggambarkan “4 buah buku harganya RM1.40” dan “20 buah buku berapa harganya”. Konteks soalan yang digambarkan oleh murid telah membantu beliau mengenal pasti langkah pengiraan yang bakal dilaksanakan. Langkah pengiraan yang ditunjukkan oleh murid adalah betul selepas melalui proses visualisasi. Petikan 6 menunjukkan perlakuan murid.

- P: Gambarkan sesuatu yang boleh membantu awak menyelesaikan soalan lapan?
S: empat buah buku
P: Apa lagi yang awak gambarkan?
S: Satu ringgit empat puluh sen, dua puluh buah buku
P: Dua puluh buah buku rampaian adalah bilangan apa?
S: Ditanya harganya

Sebagai kesimpulan, gambaran-gambaran yang dibuat oleh murid seperti imej, komponen soalan, situasi masalah, matlamat dan konteks soalan yang disebut sebagai proses visualisasi semasa menyelesaikan masalah matematik berayat telah membantu mereka mendapatkan penyelesaian yang betul. Tanpa dibantu oleh proses visualisasi subjek gagal mencari penyelesaian seperti yang mereka akui semasa temu duga.

2) Gambaran Imej Visual

Satu lagi bentuk gambaran yang timbul apabila murid menyelesaikan soalan matematik berayat ialah imej visual. Tiga pola tentang gambaran imej visual telah dikenalpasti iaitu menggambarkan secara mental, membuat lakaran dan membina perlambangan ikon.

a) Gambaran secara mental

Dalam menjelaskan tentang gambaran imej visual, terdapat murid yang tidak membuat sebarang lakaran untuk mewakili gambaran mereka, sebaliknya membina gambaran secara mental sahaja. Gambaran secara mental tersebut merangkumi situasi yang dinyatakan dalam soalan matematik berayat. Sebagai contoh, murid terbayang “Encik Wong mengeluarkan RM486, kemudian memasukkan RM378 dalam akaun banknya”. Selepas menggambarkan secara mental situasi dalam soalan, murid berjaya mengenal pasti operasi yang sesuai, yang bakal dilaksanakan untuk mendapatkan penyelesaian. Dapatan kajian ini juga menepati definisi visualisasi yang dikemukakan oleh Zazkis et al. (1996), pendapat Presmeg (1986) dan Hembree (1992) yang menjelaskan bahawa gambaran imej visual boleh wujud sama ada dalam minda seseorang individu atau dilukis di atas kertas.

Perlakuan murid yang tidak membuat sebarang lakaran menunjukkan bahawa mereka memberi tumpuan kepada gambaran secara mental semasa menyelesaikan masalah matematik berayat. Bagaimanapun, murid menjelaskan bahawa gambaran secara mental telah memudah tugas mereka memahami maksud soalan dan mengenal pasti keperluan soalan. Penemuan ini menyokong pandangan Fennell & Rowan (2001) yang mendapati perwakilan dalam bentuk gambaran mental membantu murid mengelolakan pemikiran mereka dan menyediakan konteks untuk mereka mencuba pelbagai teknik penyelesaian. Petikan 7 menggambarkan perlakuan murid.

Petikan 7

- P: Gambarkan sesuatu yang boleh membantu awak menyelesaikan soalan tujuh?
S: Wang seribu ringgit
P: Apa lagi yang awak gambarkan?
S: Terbayang Encik Wong mengeluarkan empat ratus lapan puluh enam
P: Ada lagi yang awak gambarkan?
S: Kemudian memasukkan tiga ratus tujuh puluh lapan
P: Lukiskan gambaran yang awak gambarkan itu?
S: Tidak boleh melukis
P: Bagaimana gambaran itu membantu?
S: Na... akan dapat jawapan dengan lebih senang
P: Apa maksud awak?
S: Boleh memberitahu operasi yang hendak dibuat
P: Apakah operasi yang awak pilih?
S: Tolak
P: Jelaskan macam mana awak tahu ia tolak?
S: Kerana Encik Wong telah mengeluarkan empat ratus lapan puluh enam
P: Apakah operasi satu lagi?
S: tambah
P: Macam mana awak tahu ia tambah?

- S: Kerana dia memasukkan tiga ratus tujuh puluh lapan
 P: Selesaikan soalan 7?
 S: (langkah pengiraan)

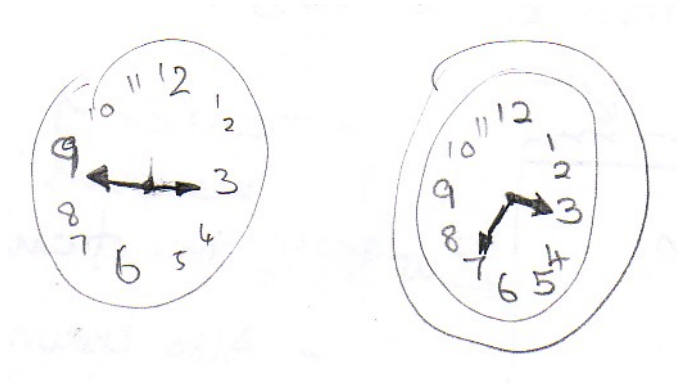
$$\begin{array}{r} 1000 \\ - 486 \\ \hline 514 \end{array} \quad \begin{array}{r} 514 \\ + 378 \\ \hline 892 \end{array}$$

b) Membuat lakaran

Murid membuat lakaran untuk mewakili objek yang digambarkannya. Gambar yang dilukis tidak disertai maklumat lain. Perlakuan ini menunjukkan bahawa murid menggambarkan imej visual mereka melalui **lakaran tanpa maklumat**. Misalnya, murid melakar “gambar jam yang menunjukkan waktu-waktu tertentu”. Walau pun lakaran yang dibuat tanpa disertai maklumat lain, ia juga membantu kefahaman murid. Murid menyatakan bahawa maklumat yang diberi lebih mudah difahami selepas membuat lakaran. Tingkah laku ini mendedahkan bahawa lakaran yang dibuat oleh murid telah membantu mereka memahami masalah matematik berayat dengan lebih baik.

Murid membuat lakaran objek untuk mewakili gambarannya dan mencatat maklumat pada lakaran itu. Perlakuan ini menunjukkan bahawa murid menggambarkan imej visual melalui **lakaran bermaklumat**. Sebagai contoh, murid menjelaskan bahawa beliau melakar “rajah berbentuk kuboid” untuk mewakili imej 3 buah kotak dan mencatat “jumlah berat ketiga-tiga kotak dan berat tiap-tiap satu daripada 2 buah kotak itu”. Lakaran bermaklumat yang telah dibuat oleh murid telah membantu beliau mengenal pasti langkah pengiraan yang bakal dijalankan. Petikan 8 mendedahkan perlakuan murid

- P: Jelaskan apa yang awak gambarkan?
 S: Nampak... jam yang menunjukkan waktu
 P: Apa lagi yang awak gambarkan?
 S: Na... jam yang menunjukkan waktu 15 minit sebelum pukul 4.00 petang
 P: Lukiskan gambaran tersebut?
 S: (lakaran subjek)



- P: Rajah apa awak yang lukis?
 S: Jam yang menunjukkan 15 minit sebelum 4.00 petang dan jam yang menunjukkan 10 minit sebelum 3.45 petang
 P: Bagaimana ia membantu?
 S: Mudah untuk memahami soalan. Dapat menunjukkan waktu dengan jelas

c) Membina perlambangan

Satu lagi cara murid menggambarkan imej visual ialah dengan membina perlambangan untuk mewakili sesuatu yang timbul dalam pemikiran mereka. Sebagai contoh, murid membina dua buah rajah berbentuk segiempat yang berbeza saiznya untuk mewakili gambaran mereka tentang bilangan pekerja lelaki kurang berbanding dengan pekerja perempuan. Selain itu, murid juga membina 4 buah rajah berbentuk segiempat untuk mewakili objek yang terlintas dalam mindanya. Perlambangan yang dibina murid telah membantu mereka melaksanakan tugas memahami maksud soalan dengan lebih baik. Murid berupaya mengenal pasti matlamat soalan dan seterusnya berjaya mendapatkan penyelesaian yang betul selepas membuat visualisasi. Perlakuan ini menunjukkan bahawa membina perlambangan telah membantu murid dalam proses penyelesaian masalah matematik. Petikan 9 mendedahkan perlakuan murid

- P: Jelaskan apa yang awak gambarkan.
 S: 4 buah buku
 P: Apa lagi yang awak gambarkan?
 S: RM1.40
 P: Ada lagi yang awak gambarkan?
 S: Harga 20 buah buku berapa
 P: Lukiskan gambaran yang awak gambarkan tadi?
 S: (lakaran subjek)



- P: Apa yang awak lukis tu?
 S: 4 buah buku
 P: Tuliskan maklumat yang diberi di dalam soalan pada lukisan itu?
 S: (buku)

Murid membina dua buah rajah berbentuk segiempat yang berbeza saiz untuk mewakili gambarannya. Beliau memberi penjelasan tentang saiz lambang dan melabelnya. Perlakuan ini menunjukkan bahawa murid bukan hanya menggambarkan maklumat bernombor tetapi hubungan antara maklumat juga terlibat. Murid berjaya mengenal pasti langkah pengiraan untuk mendapatkan bilangan pekerja lelaki selepas membina perlambangan. Murid berjaya memahami maksud soalan 3 yang beliau gagal selesaikan sebelumnya. Perlakuan ini menunjukkan bahawa dengan membina perlambangan untuk mewakili gambaran yang timbul dalam pemikiran murid telah membantu mereka mengenal

pasti maklumat yang perlu untuk menyelesaikan soalan 3 dan memahami maksud soalan dengan lebih baik.

Daripada perbincangan di atas, gambaran imej visual dirumus sebagai gambaran mental, membuat lakaran dan membina perlambangan. Gambaran ini dapat membantu murid dapat tiga aspek berikut; 1) mengenal pasti operasi yang bakal dilaksanakan, 2) mengenal pasti langkah pengiraan, keperluan dan matlamat soalan, dan 3) menjadikan tugas memahami maksud soalan lebih mudah. Penemuan ini nampaknya menyokong pendapat Wheatly & Reynolds (1999), Nemirosky & Noble (1997) dan Presmeg (1986) yang menyatakan imej visual berguna dalam proses penyelesaian masalah matematik.

Implikasi Kajian

1. Kajian ini telah mengenal pasti murid yang membuat visualisasi semasa menyelesaikan soalan matematik berayat telah berjaya mendapatkan penyelesaian, walau pun sebelumnya murid gagal memberi jawapan yang betul seperti yang mereka akui dalam temu bual. Perlakuan ini menunjukkan bahawa teknik visualisasi dapat membantu murid mendapatkan penyelesaian bagi masalah matematik berayat. Keadaan ini seharusnya mendorong para pendidik untuk menggalakkan murid menggunakan teknik visualisasi dalam penyelesaian masalah matematik supaya tercetus perubahan dalam teknik penyelesaian murid. Usaha menggalakkan murid untuk menggunakan teknik visualisasi boleh dilakukan dengan membimbing dan melatih murid membuat visualisasi bagi membantu mereka memahami maksud soalan, dan mendapat gambaran yang jelas tentang keperluan dan matlamat soalan.
2. Lima orang murid (33%) yang gagal menjawab soalan matematik berayat semasa ujian tetapi berjaya mendapatkan penyelesaian yang betul selepas membuat visualisasi. Fenomena ini sepatutnya memotivasi guru untuk menggunakan teknik visualisasi semasa program intervensi dalam pengajaran dan pembelajaran matematik di sekolah rendah. Selain itu, latihan guru dan pedagogi pengajaran seharusnya menekankan teknik visualisasi sebagai satu kaedah bagi membantu murid semasa menyelesaikan masalah matematik berayat.
3. Dapatan kajian menunjukkan bahawa murid membuat lakaran dan membina perlambangan untuk mewakili gambaran mereka. Gambaran-gambaran tersebut telah membantu murid menangani kesukaran yang dihadapi dalam penyelesaian masalah matematik berayat. Fenomena ini seharusnya mendorong para pendidik untuk memberi penekanan kepada strategi melukis gambar atau gambarajah sebagai salah satu jalan untuk membantu murid menangani kesukaran yang dihadapi semasa mencari penyelesaian bagi masalah matematik berayat.

Cadangan dan Kesimpulan

Kajian yang dijalankan telah mengenal pasti murid membina perlambangan untuk mewakili gambaran mereka semasa menyelesaikan masalah matematik berayat. Perlambangan yang telah dibina oleh murid telah membantu mereka mengenal pasti

keperluan soalan, langkah pengiraan yang bakal dilaksanakan dan memudah tugas murid memahami maksud soalan. Dapatan ini seharusnya mendorong pihak yang bertanggungjawab menggubal kurikulum matematik memberi perhatian kepada pembinaan perwakilan bagi masalah matematik berayat bermula di peringkat awal persekolahan. Fenomena ini adalah selaras dengan kajian Nesher & HersHKovitz (1994) ke atas murid sekolah rendah di Israel yang memfokus kepada proses menginterpretasi dan membina perlambangan untuk mewakili gambaran mereka tentang masalah matematik berayat.

Sebagai kesimpulan, teknik visualisasi telah dapat membantu murid terutamanya mereka yang berada dalam tahap pencapaian sederhana dalam proses penyelesaian masalah matematik berayat. Murid yang berprestasi baik juga boleh menggunakan teknik visualisasi tetapi gambaran mereka lebih bersifat abstrak. Lazimnya, pengajaran dan pembelajaran matematik di sekolah kurang memberi penekanan kepada aspek membuat visualisasi kerana batasan masa. Bagaimanapun, jika diukur dengan kesan pembelajaran jangka panjang dan pengukuhan yang murid perolehi daripada aktiviti membuat visualisasi, masa tidak harus menjadi alasan. Kefahaman dan pengukuhan konsep matematik kepada murid adalah jauh lebih penting dan berguna dalam mencapai matlamat pendidikan matematik. Justeru, adalah dicadangkan supaya amalan membuat visualisasi menjadi satu teknik pengajaran penyelesaian masalah di peringkat sekolah rendah. Para guru harus memberi peluang kepada murid, malah perlu menggalakkan murid melakukan aktiviti visualisasi walaupun mereka mungkin memerlukan banyak masa diperingkat permulaan. Apabila proses ini menjadi amalan kepada murid, guru juga akan menikmati hasilnya apabila murid lebih berupaya untuk menyelesaikan masalah matematik berayat.

BIBLIOGRAFI

- Bansford, J. D., Linda Z., Daniel S., Brigid B., Nancy V. & The Cognition and Technology Group at Vanderbilt. (1996). Fostering Mathematical Thinking in Middle School Students: Lessons from Research. Dalam R. J. Sternberg & T. Ben-Zeev (Ed.), *The Nature of Mathematical Thinking*. Mahwah, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates
- Bishop, A. J. (1989). Review of research on visualization in mathematics education. *Focus on Learning Problems in Mathematics* **11**, 7-16.
- De Corte, E., Verschaffel, L. & De Win, L. (1985). Influence of rewording verbal problems on children's problem representations and solutions. *Journal of Educational Psychology*, **77**, 460-470.
- Elliott, S. & Hudson, B. (1999). Visualisation and The Influence of Technology in "A" Level Mathematics: A Classroom Investigation. Dalam T. Rowland and C. Morgan (Ed.), *Research in Mathematics Education Volume 2*. London, England: British Society for Research into Learning Mathematics.
- Fatimah Saleh (1999). Visualisasi sebagai satu teknik pengajaran matematik. *Journal of The Association for Science and Mathematics Education, Penang (ASMEP)*, Volume 7, 1999, 36-42.

- Hassan Pardi (1998). *Pola kesilapan murid tahun tiga menyelesaikan masalah bercerita dalam matematik: satu kajian kes*. Laporan kajian yang diserahkan untuk memenuhi sebahagian daripada keperluan bagi Ijazah Sarjana Pendidikan tidak diterbitkan. Kuala Lumpur. Fakulti Pendidikan Universiti Malaya.
- Hegarty, M., Mayer, R. E. & Monk, C. A. (1995). Comprehension of Arithmetic Word Problems: A Comparison of Successful and Unsuccessful Problems Solvers. *Journal of Educational Psychology*, **87**(1), 18-32.
- Jemaah Nazir Sekolah Persekutuan, Kementerian Pendidikan Malaysia (1993). *Laporan kajian pengajaran dan pembelajaran penyelesaian masalah dalam matematik KBSR*. Kuala Lumpur.
- Kelly, J. A. (1999). Improving Problem Solving through Drawings. *Teaching Children Mathematics*, **6**(1), 48-51.
- Lim, C. S; Fatimah, S. & Munirah, G (2003). *Alat Bantu Mengajar Matematik*. Kuala Lumpur: PTS Publication & Distributions Sdn. Bhd.
- Lembaga Peperiksaan Kementerian Pendidikan Malaysia (2001). *Matematik Kertas 1 Ujian Pencapaian Sekolah Rendah Tahun 2001*. Kuala Lumpur
- Mayer, R. E. (1985). Mathematical ability. Dalam R. J. Sternberg (Ed.), *Human Ability: An Information-Processing Approach*. New York: Freeman.
- Mayer, R. E. (1987). *Educational psychology: A cognitive approach*. Boston: Little Brown.
- Mohd. Daud Hamzah, Mustapha Kassim, Mokhtar Ismail, Zakaria Kassim, Fatimah Saleh, Munirah Ghazali, Lim Chap Sam & Mohd. Shaari M.oht. Din (1997). *Projek Penaakulan Matematik bagi Kanak-kanak sekolah rendah luar bandar/terpencil di daerah Kuala Nerang, Padang Terap*. Report submitted to the Educational policy and Research Division, Ministry of Education for “Program for Innovation Excellence and Research” [PIER].
- Mohd. Uzi Dollah (1999). *Penyelesaian Masalah Matematik: Satu kajian kes pelajar tingkatan dua*. Tesis yang tidak diterbitkan: Pusat Pengajian Ilmu Pendidikan, Universiti Sains Malaysia, Pulau Pinang.
- Mokhtar Ismail, Aminah Ayub & Lim Thong (2001). Monitoring Mathematical Word Problem Solving Weaknesses of Primary School Children. *Kertas kerja yang dibentangkan di Seminar MERA (Malaysian Educational Research Association)*. Universiti Sains Malaysia.
- Moses, B. (1982). Visualization: A Different Approach to Problem Solving. *School Science and Mathematics*, **82**, 141-147.

- Nemirovsky, R. & Noble, T. (1997). On Mathematical Visualization and The Place Where We Live. *Educational Studies in Mathematics*, **33**, 99-131.
- Nesher, P. & HersHKovitz, S. (1994). The role of Schemes in Two-Step Problems: Analysis and Research Findings. *Educational Studies in Mathematics*, **26**, 1-23.
- Nik Azis Nik Pa (1996). *Penghayatan Matematik, Perkembangan Profesional, KBSR dan KBSM*. Kuala Lumpur: Dewan Bahasa dan Pustaka.
- Piaget, J. (1952). *The Origins of Intelligence in Children*. New York: International universities Press.
- Presmeg, N. C. (1986). Visualization and mathematics giftedness. *Educational Studies in Mathematics*, **17**, 297-311.
- Teng Pooi Kui (1997). *Analysis of errors of year six pupils in solving Arithmetic Word problems*. Unpublished Research Report: Faculty of Education, University Malaya
- Third International Mathematics and Science Study (1999). *A project of the International Study Center*. Boston College, Lynch School of Education.
timss.org/timss1999.html TIMSS 1999.
- Threadgill-Sowder, J. & Sowder, L. (1982). Drawn vs. Verbal Formats for Mathematical Story Problems. *Journal for Research in Mathematics Education*, **13** (5), 324-331.
- Verschaffel, L., De Corte, E. & Vierstraete, H. (1999). Upper Elementary School Pupils' Difficulties in Modeling and Solving Nonstandard additive Word Problems Involving Ordinal Numbers. *Journal for Research in Mathematics Education*, **30**(3), 265-285.
- Wheatley, G. H. (1991). Enhancing Mathematics Learning through Imagery. *Arithmetic Teacher*, **39**(1), 34-36.
- Wheatley, G. H. & Brown, D. (1994). The Construction and Representation of Images in Mathematical Activity: Image as Metaphor. Dalam J. P. Ponte & J. F. Matos (eds.) *Proceedings of the 18th Conference of International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol.1 (p.81). Lisbon, Portugal. University of Lisbon.
- Wheatley, G. H. & Reynolds, A. M. (1999). Image Maker: Developing Spatial Sense. *Teaching Children Mathmematics*,
- Zazkis, R., Dubinsky, E. & Dauterman, J. (1996). Using visual and analytic strategies: A study of students understanding of permutation and symmetry groups'. *Journal of Research in Mathematics Education*, **27**(4), 435-457.

Zweng, M. J., Geraghty, J. & Turner, J. (1979). *Children's strategies of solving verbal problems, Final Report*. Washington, DC: National Institute of Education. (ERIC Reproduction Service No. ED 178 359).

Contoh item dalam ujian diagnostik.

Soalan 3

Sebuah kilang mempunyai 536 orang pekerja perempuan. Bilangan pekerja lelaki adalah 263 orang kurang daripada bilangan pekerja perempuan. Berapakah jumlah pekerja di kilang itu?

Aras 1

Apakah yang anda faham dengan ayat, “**Bilangan pekerja lelaki adalah 263 orang kurang daripada bilangan pekerja perempuan.**”

- A. Bilangan pekerja lelaki ialah 263 orang.
- B. Bilangan pekerja lelaki adalah bilangan pekerja perempuan ditambah dengan 263 orang.
- C. Bilangan pekerja lelaki adalah bilangan pekerja perempuan didarab dengan 263 orang.
- D. Bilangan pekerja lelaki adalah bilangan pekerja perempuan ditolak dengan 263 orang.

Aras 2

Bagaimanakah anda menyelesaikan **soalan 3**?

- A. $536 \div 2 \times 263$
- B. $536 \times 2 \div 263$
- C. $536 + 263 + 536$
- D. $536 - 263 + 536$

Aras 3

Apakah jawapan akhir **soalan 3**?

- A. 70 484
- B. 1 335
- C. 809
- D. 4